CLASSIFICAÇÃO DE PROBLEMAS SEQÜENCIAIS DE MÚLTIPLOS ESTÁGIOS

João Candido Bracarense [1], Juliano Rodrigo Lamb [2]

RESUMO: A presente pesquisa busca apresentar contribuições a problemas de tomada de decisão. Elaborou-se uma classificação genérica para descrever um problema seqüencial de múltiplos-estágios, considerando medidas para mensurar os mais variados tipos de erros (vagueza, imprecisão, aleatoriedade). A classificação de problemas seqüenciais multi-estágios é definida pela seqüência S / E / A / R / cH, em que, "S" identifica o estágio, "E" expressa a natureza do estado, a ação é determinada pela classe "A", o retorno por "R" e o horizonte de planejamento por "cH". Algumas aplicações são descritas para evidenciar o domínio desta taxonomia, considerando problemas clássicos da literatura.

PALAVRAS-CHAVE: Tomada de Decisão, Taxionomia, Tratamento de Risco e Incertezas.

1. INTRODUÇÃO

A utilização das técnicas da tomada de decisão associada à estrutura da programação dinâmica, incorporando tratamento adequado para discutir o tipo de erro que um problema apresenta, possibilita encontrar o conjunto de estratégias pretendidas.

Com o intuito de melhor definir o espaço da pesquisa generalizando os elementos básicos da programação dinâmica e considerando a incerteza pertinente ao processo decisório, pode-se notar diversos tipos de problemas. Assim, por exemplo, pode-se ter um problema em que todos os elementos são regidos por uma natureza descrita por conjuntos clássicos, exceto a informação da variável retorno, que é oriunda da experiência do decisor, e, portanto podendo ser medida através de conjuntos difusos, Bracarense (2002).

O tratamento científico da modelagem em problemas seqüenciais de múltiplos estágios, com ênfase na tomada de decisão, abrange situações teóricas e práticas. As informações processadas na resolução desses problemas contêm características bem especificadas, permitindo estruturá-las em classes

[1] Prof Doutor. Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE. bracarense@unioeste.br
[2] Prof. Mestre. Universidade Tecnológica Federal do Paraná – UTFPR. juliano@x87.eti.br

categorizadas. Os elementos básicos são classificados como mostrado na Figura 1, utilizando a convenção simbólica denotada pela seqüência SEARcH, equação (1):

$$T = [\,(S1, S2) / E / A / R / (cH1, cH2)\,] \tag{1}$$

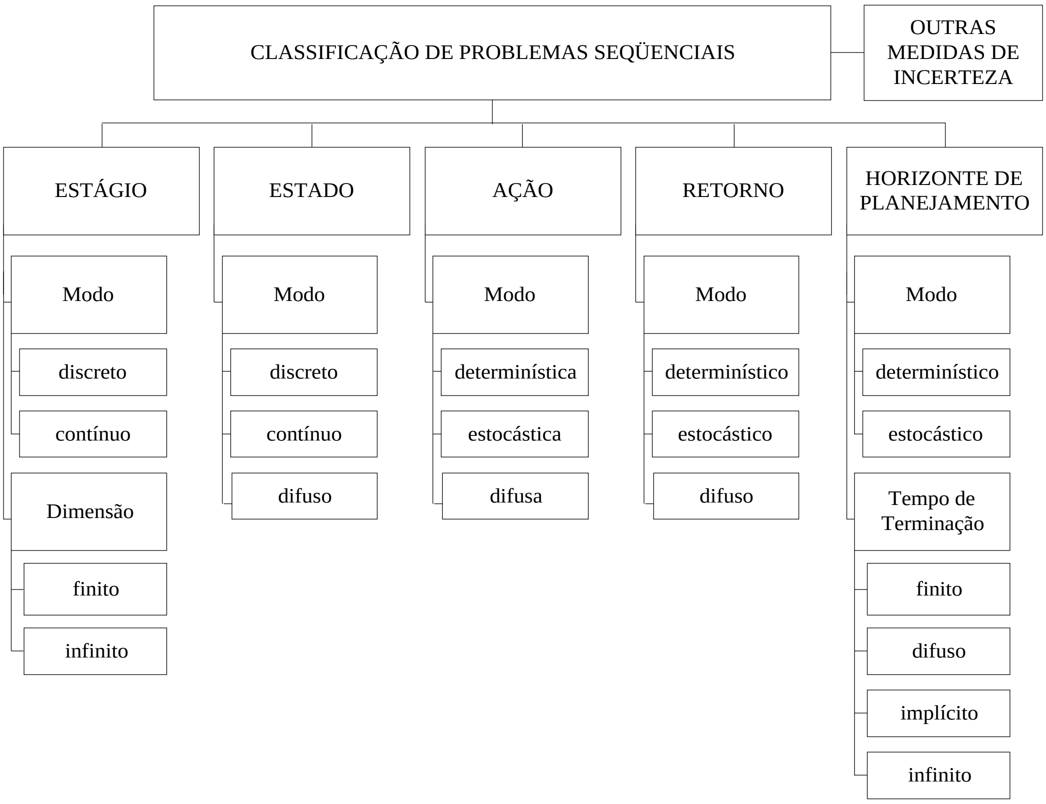

Figura 1. Classificação de problemas seqüenciais de múltiplos estágios.

Um símbolo ausente significa que são possíveis todas as combinações.

Vários foram os pesquisadores que trabalharam na formulação ou descrição de modelos. Hastings (1973) descreve diversas situações problemáticas, como:

Modelos com enfoque em aplicações determinísticas:

[(0, finit) / discr / deter / deter / (0, finit)] (2)

Programação de Markov em estágio finito e infinito

[(discr, 0) / discr / stoch / stoch / (0, 0[3])] (3)

[(conti, 0) / discr / deter / stoch / (0, 0[4])] (4)

Bellman e Zadeh (1970) e Esogbue e Kacprzyk (1996) apresentam outros modelos de tomada de decisão multiestágio em um ambiente difuso, que podem ser definidos pela presente classificação:

3 Exceto o modo “fuzzy”.

4 Exceto o modo “fuzzy”.

Sistemas determinísticos:

$$[\ (\text{discr, finit}) / \text{fuzzy} / \text{deter} / \text{fuzzy} / (\text{discr, finit})\ ] \tag{5}$$

Sistemas estocásticos em ambiente difuso:

$$[\ (\text{discr, finit}) / \text{fuzzy} / \text{fuzzy} / \text{stoch} / (\text{discr, finit})\ ] \tag{6}$$

Sistemas difusos:

$$[\ (\text{discr, finit}) / \text{fuzzy} / \text{deter} / \text{fuzzy} / (\text{discr, finit})\ ] \tag{7}$$

Programação dinâmica para tomada de decisão multiestágio com tempo de terminação difuso:

$$[\ (\text{discr, finit}) / \text{fuzzy} / \text{fuzzy} / \text{fuzzy} / (\text{discr, fuzzy})\ ] \tag{8}$$

Programação dinâmica para tomada de decisão multiestágio com tempo de terminação definido implicitamente:

$$[\ (\text{discr, finit}) / \text{fuzzy} / \text{fuzzy} / \text{fuzzy} / (0, \text{impli})\ ] \tag{9}$$

Programação dinâmica para tomada de decisão multiestágio com um tempo de terminação infinito:

$$[\ (\text{discr, finit}) / \text{fuzzy} / \text{fuzzy} / \text{fuzzy} / (\text{discr}, \infty)\ ] \tag{10}$$

Estudo de outros pesquisadores permitem a ampliação do conhecimento específico de uma das *n*-uplas da classificação, dando uma forma diferenciada de tratamento a uma determinada característica. Por exemplo, tomando o modelo de Zadeh e Bellman, Kacprzyk, no final da década de setenta, tratou principalmente da variável tempo de terminação, que é dada por:

$$\{v \in R\ /\ \mu_T(v) > 0\} = \{k, k+1, ..., N\} \subseteq R. \tag{11}$$

Conseqüentemente, pode-se encontrar uma seqüência de decisão ótima:

$$u^*_0, ..., u^*_{k-2}, u^*_{k-1}, ..., u^*_{v^*-1}, \tag{12}$$

onde v^* é o tempo de terminação ótimo, $R = \{0, 1, ..., k-1, k, k+1, ..., N\}$ o conjunto de tomada de decisão de um sistema dinâmico e T determina o conjunto de tempo.

A solução do problema se dá em duas etapas: $u^*_0, ..., u^*_{k-2}, u^*_{k-1}, ..., u^*_{v^*-1}$ é determinado pela resolução de

$$\mu_G^{v-i}(x_{v-i}, v) = \max_{u(v-i)} (\mu_C^{v-i}(u_{v-i}) \wedge \mu_G^{v-i}(x_{v-i+1}, v))$$
$$x_{v-i+1} = f(x_{v-i}, u_{v-i});\ i = 1, ..., v-i+1;\ v = k, k+1, ..., N-1 \tag{13}$$

onde $\mu_{G^*}(x_v, v) = \mu_T(v)\ \mu_G^v(x_v)$. O conjunto *G* é composto por objetivos que se quer alcançar e o conjunto *C* é formado pelas restrições impostas no problema.

Um tempo de terminação ótimo v^* é então encontrado pela maximização de *v* em

$$\mu_G^{k-1}(x_{k-1}) = \max_v \mu_G^{k-1}(x_{k-1}, v) \tag{14}$$

$u^*_0, ..., u^*_{k-2}$ é determinado pela resolução de

$$\mu_G^{v-i-1}(x_{k-i-1}) = \max_{u(v-i-1)} (\mu_C^{v-i-1}(u_{k-i-1}) \wedge \mu_G^{k-i}(x_{k-i}))$$
$$x_{k-i} = f(x_{k-i-1}, u_{k-i-1});\ i = 1, ..., k-1 \tag{15}$$

A classificação de problemas seqüenciais de múltiplos estágios permite identificar o modelo de Kacprzyk pela seguinte descrição:

$$[\ (-1^5, -1) / -1 / -1 / -1 / (-1, \text{fuzzy})\ ] \tag{16}$$

Tendo a mão uma estrutura que permite identificar o tipo de problema a ser tratado, se faz necessário melhor conhecer a modelagem matemática de apoio, tema que será descrita na próxima seção.

---

[5] O valor "-1" identifica que a dimensão não está sendo considerada em um determinado texto científico.

2. MATERIAL E MÉTODOS

Considerando a Classificação de Problemas Seqüenciais de Múltiplos Estágios, pretende-se definir as características de modelos que têm como estruturas os formatos:

$$[(\text{discr, finit}) / \text{discr} / 0 / 0 / (0, \text{finit})] \text{ ou } [(\text{discr, finit}) / \text{conti} / 0 / 0 / (0, \text{finit})] \quad (17)$$

Os “Estágios (S)” definem instantes nos quais são tomadas as decisões entre vender ou se desfazer de um determinado item e manter ou fazer a manutenção do mesmo. Eles são descritos de forma discreta e em uma quantidade fixa de períodos. Na Figura 2, os estágios são descritos pelos períodos *n* e (*n*-1).

Os “Estados (E)” determinam uma propriedade específica que se deseja caracterizar, como por exemplo, tamanho, peso, ou ainda o estado que o item se encontra, etc. Nas classes de modelo dadas por (17), o estado é definido sobre dois aspectos: discreto e contínuo. A notação que se dá para a descrição de um estado *i* é o par ordenado (*n*, *i*). Na Figura 2 são especificados dois estados (*n*, *i*) e (*n* - 1, *j*).

As “Ações (A)” identificam, a cada estágio, as possíveis opções existentes. Elas podem ser descritas de forma precisa, ou por intermédio de uma distribuição de probabilidade, ou ainda, de forma subjetiva calcada no sistema de valor da pessoa que está fazendo a escolha. As ações são identificadas pela letra *k* na Figura 2.

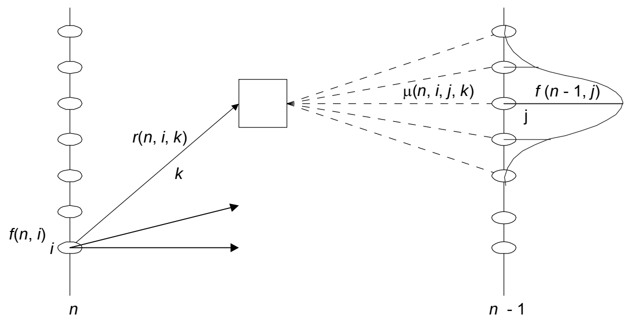

Figura 2. Sistemas dinâmicos.

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

O “Retorno (R)” é gerado pelo sistema e determina o resultado pela opção escolhida. Assim, *r*(*n*, *i, k*), determina o retorno que se tem em uma transição, dado que o sistema estava no estado (*n*, *i*) e tomou-se a ação *k*. O retorno pode ser determinado por: distâncias percorridas, tempo gasto, receitas, lucros, custos, prejuízos, consumo de recursos, etc. Ele pode ser determinado por uma função de distribuição probabilística.

A função dos retornos gerados, quando o sistema evolui ao longo do processo decisório, através de um plano dado denomina-se “valor do estado”. A função pode ser definida difusa, como se segue:

$$f(n, i \mid k) = f(n-1, j) + r(n, i, k) \quad (18)$$

se a ação k_1 é melhor que a ação k_2, diz-se que a função de pertinência da primeira ação é maior que o da segunda, ou seja:

$$\mu (k_1 \succeq k_2) \quad (19)$$

e portanto, o grau de pertinência do valor do estado na escolha da ação k_1 é maior que o valor do estado dado pela ação k_2.

$$\mu \; [f(n, i \mid k_1) \geq f(n, i \mid k_2)] \quad (20)$$

Se, no entanto, ocorrer que a ação k_2 for mais significativa do que a ação k_1, então:

$$\mu (k_2 \succeq k_1) \text{ e } \mu \; [f(n, i \mid k_2) \geq f(n, i \mid k_1)] \quad (21)$$

O "Horizonte de Planejamento (cH)" identifica o tempo do desenvolvimento do processo decisório. Nos modelos específicos, aqui tratados, eles são definidos por um período fixo e podem ter o modo discreto ou contínuo.

4. CONCLUSÃO

Identificado à estrutura de modelagem a trabalhar e tendo maior entendimento do comportamento das incertezas inseridas no processo, é possível passar para a próxima etapa, ou seja, ter um maior entendimento do meio que contém um problema de decisão.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Belmann, R. and Zadeh, L. Decision-Making in Fuzzy Environment. *Management Science*, vol. 17, p. b-141/b-164. 1970.

Bracarense, J. C. "Tratamento de Risco e Incertezas em Problemas de Tomada de Decisão Seqüenciais: Classificação, Modelagem e Aplicação". Tese de Doutorado em Engenharia de Produção da Universidade Federal Santa Catarina, Brasil, 2002.

Esogbue, A. O. and Kacprzyk, J. Fuzzy Dynamic Programming: a survey of main developements and apllications. *Archives of Control Sciences*. Volume 5 (XLI). N.º 1-2.1996. p. 39-59.

Hastings, N. A. J. "Dynamic Programming: With Management Applications". London Butter Worths. 1973.