



CONSTRUINDO UM MODELO MATEMÁTICO PARA PREVISÃO DO CONSUMO E ABASTECIMENTO DE ÁGUA NO MUNICÍPIO DE CASCAVEL

Simone Silmara Werner¹; Fabiana Magda Garcia Papani²; Andréia Büttner Ciani²

RESUMO: Embora a problemática da água seja amplamente divulgada, poucas atitudes foram tomadas pela população que ainda não sofre com tal problema, evidenciando a falta de conscientização. Neste trabalho objetivou-se realizar um estudo simples de modelagem, englobando o crescimento populacional e também o consumo de água no município de Cascavel, município da região oeste do Paraná. O modelo de crescimento populacional baseou-se no Modelo Malthusiano, por sua simplicidade e por adequar-se as condições em que tal município se encontra; para a criação do modelo do consumo de água no município, tendo como variável independente o número de habitantes, utilizou-se Regressão Linear, admitindo assim que os hábitos de consumo não de alterem de maneira significativa. Os dados foram obtidos junto ao site da prefeitura do município e a Companhia de Saneamento do Paraná. Com os modelos encontrados, pôde-se prever o volume de água necessária para abastecer a população Cascavelense daqui alguns anos, que no ano de 2030 será de aproximadamente 17.048.035m³/ano. Os modelos propostos podem ser utilizados para outras comunidades, desde que as devidas modificações sejam feitas.

PALAVRAS-CHAVE: Consumo de água; Crescimento populacional; Modelagem matemática; modelo matemático.

INTRODUÇÃO

A dinâmica populacional da espécie humana é um fenômeno inerente à nossa história. O crescimento acelerado da população e falta de conscientização a cerca da preservação dos recursos naturais é um aspecto preocupante, visto que o crescimento acarreta a geração de diversos problemas de origem ambiental, diretos e indiretos, como o aumento do consumo de água, aumento do consumo de alimentos, maior produção de lixo, esgoto, emissão de gases, entre outros.

Já no ano de 1798, o economista inglês T. R. Malthus começou a propor a utilização da matemática para o estudo do crescimento da população humana que, de acordo com seus estudos, aumentava a uma razão geométrica quando não obstaculizada; alertava para a falta de alimentos, que segundo ele crescia a uma razão apenas aritmética, de tal forma que a produção de alimentos seria insuficiente para a população. Felizmente as previsões de Malthus, nas quais a população mundial atingiria números astronômicos em pouco tempo não se cumpriram, talvez pela simplicidade de seu modelo, o qual desconsiderava muitos fatores, e talvez também devido ao aumento na produção de alimentos, consequência da ampliação das áreas cultivadas e introdução de cultivares melhorados geneticamente (BASSANEZI, 2004).

¹ Discente do Curso de Matemática, CCET - Unioeste, Bolsista PIBIC/PRPPG Unioeste. E-mail: simoneswerner@gmail.com

² Docentes do curso de Matemática, CCET - Unioeste, E-mail: fgarciapapani@gmail.com, andbciani@ibest.com.br

Em pleno século XXI, a falta de alimentos não é o fator mais alarmante para a sobrevivência da população, embora diariamente muitos da nossa espécie padeçam devido a este fato. A falta de água, por exemplo, e o aumento da temperatura global, estão sendo muito mais divulgados na atualidade, sendo preocupante os danos que este primeiro vêm causando em diversos países, nos quais já sugerem-se medidas como, por exemplo, a importação de icebergs. No entanto, apesar da problemática da água ser imensamente divulgada, as atitudes tomadas pela população são tímidas, perante as possíveis conseqüências para as gerações futuras. Particularmente no município de Cascavel, na região oeste do Paraná, as cenas de desperdício ainda são muito comuns, talvez isso se deva ao fato de que a falta de água ainda não é problema para os habitantes do município.

Diante do exposto, o presente trabalho teve por objetivo, estudar a progressão do crescimento demográfico da cidade de Cascavel e do abastecimento de água neste município nos últimos anos, visando uma previsão sobre a relação entre o crescimento da população da cidade e a disponibilidade desse recurso nos próximos anos.

Outro objetivo do trabalho é apresentar um exemplo de aplicação da modelagem no ensino e aprendizagem da Matemática de maneira interdisciplinar.

MATERIAL E MÉTODOS

Primeiramente foram coletados dados referentes ao consumo de água municipal juntamente à Companhia de Saneamento do Paraná (SANEPAR), em Cascavel, e dados referentes ao crescimento demográfico no endereço eletrônico da prefeitura Municipal de Cascavel.

A partir dos dados coletados, obteve-se:

- A função que relaciona o tempo com o número de habitantes do município, baseado no modelo de crescimento populacional de Malthus. Tal modelo propõe um crescimento de vida otimizado, desconsiderando diversas variáveis importantes para o estudo do crescimento populacional tais como migração, disponibilidade de alimentos, epidemias, entre outros. O modelo considera ainda, todos os indivíduos idênticos e admite taxas de mortalidade e fertilidade constantes, porém funciona bem quando a população ainda está em fase de crescimento exponencial e num espaço de tempo pequeno (BASSANEZI, 2004). Cabe destacar que tal escolha se fez pela simplicidade do modelo e pelo fato do caso estudado se encontrar dentro das situações nas quais o modelo tem boa funcionalidade. Desta forma, toma-se t , como a variável tempo, medida em anos, e $p(t)$ o número de indivíduos da população. Segundo o modelo de Malthus $p(t) = (\alpha + 1)^t p_0$, no qual α representa a taxa de crescimento específico da população e p_0 é a população inicial.
- A função que relaciona o número de habitantes com o consumo de água, utilizando o método dos mínimos quadrados. Este método permite realizar extrapolações através da função encontrada a partir dos valores tabelados, caso discreto, e consiste em dados os pontos $(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2)), \dots, (x_m, f(x_m))$ e escolhidas n funções $g_1(x), g_2(x), \dots, g_n(x)$, com x_1, x_2, \dots, x_m pertencentes ao intervalo fechado $[a, b]$, e as funções f e g contínuas nesse intervalo, em encontrar os coeficientes $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ tais que a função $\varphi(x) = \alpha_1 g_1(x) + \alpha_2 g_2(x) + \dots + \alpha_n g_n(x)$, se aproxime ao máximo de $f(x)$. Ou seja, dado $d_k = f(x_k) - \varphi(x_k)$, o desvio em x_k , o método dos quadrados mínimos consiste em escolher os α_j 's de tal forma que a soma dos quadrados dos desvios seja mínima (RUGGIERO, LOPES, 2006). Assumindo que os hábitos com o consumo de água da população cascavelense permaneçam os mesmos, utiliza-se o caso particular da regressão linear (HUMES et al, 1984).

Por fim, utilizando os dois modelos citados acima se realiza uma estimativa do consumo de água pela população de Cascavel no ano de 2030.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Crescimento Populacional do Município de Cascavel

Segundo informações do site da prefeitura municipal de Cascavel o crescimento da população de tal município é apresentado na tabela a seguir:

TABELA 1 – Dados referentes ao crescimento populacional no município de Cascavel

Ano	Número de habitantes
1960	39.598
1970	89.921
1980	163.459
1990	192.990
2000	245.369
2003	261.505
2006	284.083

Fonte: Prefeitura municipal de Cascavel

Segundo Bassanezi (2004, p. 328), “A previsão do crescimento populacional de um país é fundamental para avaliar sua capacidade de desenvolvimento e estabelecer mecanismos que sustentem uma produção compatível com o bem estar social (...)”. Vamos analisar o crescimento da população de Cascavel, numericamente, considerando o modelo clássico simples de Malthus (discreto). Para o intervalo de tempo considerado na tabela acima temos $\alpha = (284083/39598)^{1/46} - 1 = 4,38\%$ a.a. Percebemos, porém, que a característica do crescimento populacional das primeiras décadas exibidas na tabela (praticamente dobrar a cada dez anos) não se manteve nos anos subseqüentes. Sendo assim, optamos por utilizar a taxa de crescimento calculada no período 1980-2006, isto é, desconsiderando as duas primeiras linhas da tabela. Obtendo $\alpha = (284083/163459)^{1/26} - 1 = 2,15\%$ a.a. Assim, a função encontrada é dada por $p(t) = 163459(0,0215 + 1)^t$. A qual pode ser representa por meio do gráfico seguinte.

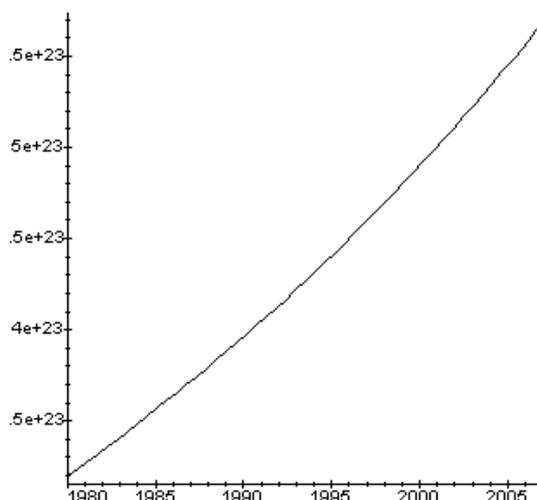


Figura 1. Função $p(t)$ para o crescimento da população na cidade de Cascavel

O abastecimento de água no Município de Cascavel

O abastecimento de água no Município de Cascavel é prestado, por meio de concessão, pela Sanepar, sendo a captação realizada nos rios Cascavel, Peroba, Saltinho e através de 08 poços subterrâneos. A cidade possui duas estações de tratamento com capacidade de 60.480.000 litros por dia, e mais 20.000.000 litros por dia dos poços artesianos, de forma que a maioria da população é atendida por esse serviço (PERFIL MUNICIPAL, 2004).

Os dados coletados juntamente a Companhia de Saneamento estão apresentados na tabela a seguir:

TABELA 2 – Dados referentes ao consumo de água no município de Cascavel

Ano	População Abastecida	Consumo (m ³)
1998	205.575	8.838.636
1999	209.467	9.414.789
2000	216.485	9.439.854
2001	223.406	9.370.406
2002	229.205	9.678.671
2003	235.237	9.853.437
2004	242.736	10.024.644
2005	250.007	10.486.417

Fonte: Sanepar

A partir da tabela, encontrou-se a função linear $c(p)$, para o consumo total de água da cidade de Cascavel: $c(p) = 29,668p + 3.10^6$, no qual p representa o número de habitantes e $c(p)$ o consumo de água, em m³, por esta população utilizando regressão linear. Com uma representação abaixo.

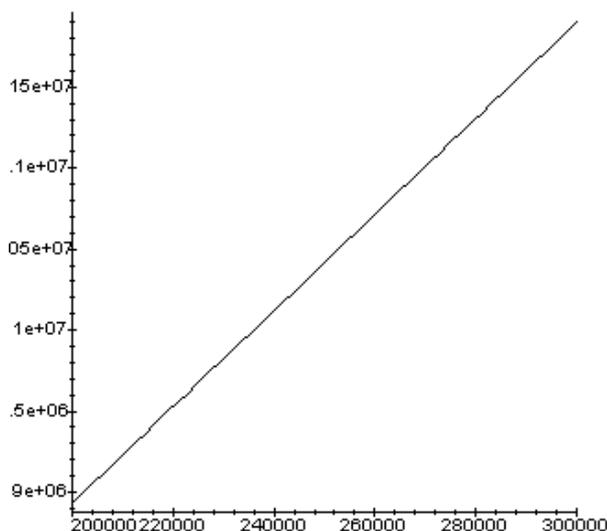


Figura 2. Função $c(p)$ para o consumo de água da cidade de Cascavel

Previsão sobre a relação entre o crescimento da população da cidade e a disponibilidade de água

Realizando extrapolações, é possível responder ao seguinte questionamento: “Qual a quantidade de água necessária para abastecer Cascavel em, por exemplo, em 2030?” A partir da função $p(t)$ podemos prever que a população do município no ano de 2030 será

de aproximadamente 473.508 habitantes. A partir da função $c(p)$, pode-se estimar o consumo anual de água desta população, 17.048.035 m³ por ano, que corresponde a um consumo diário de 46.706.950 litros.

Cabe lembrar que o trabalho com modelagem fornece apenas uma aproximação da realidade, que a desconsideração de diversas variáveis na criação dos modelos pode levar certamente a erros, porém são necessárias, pois se tem outro objetivo que o da simplificação do modelo.

CONCLUSÃO

Como, a oferta de água no município é de aproximadamente 80.000.000 litros por dia, (PERFIL MUNICIPAL, 2004) a princípio conclui-se que não se teria problema em atender a população de Cascavel daqui a 23 anos. Um futuro comprometimento com o abastecimento de água em Cascavel não estaria relacionado ao crescimento populacional, uma vez que se a oferta de água continuar a mesma não haverá problemas com o tratamento e abastecimento. O problema poderá residir na captação de água, devido a diminuição da oferta de água, ocasionada pela contaminação dos rios e nascentes.

Acredita-se que os modelos estabelecidos fornecem boas representações da realidade e apresentam uma forma de se trabalhar a Matemática com os alunos dos diversos níveis de ensino de uma forma interdisciplinar. Este trabalho reforça a idéia de que a Matemática é bastante útil e até mesmo indispensável aos estudos de fenômenos reais.

REFERÊNCIAS

BASSANEZI, Rodney; **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**, Ed.: Contexto, São Paulo , 2004.

HUMES, et al. **Noções de cálculo numérico**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1984.

PERFIL MUNICIPAL 2003/2004. Município de Cascavel. Disponível em www.cascavel.pr.gov.br/seplan. Acesso em 02/07/2007.

RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. da R. **Cálculo Numérico – Aspectos Teóricos e Computacionais**. 2 ed. São Paulo: Pearson / Makron Books, 1996.