

# ESTUDO SOBRE PROGRAMAS COMPUTACIONAIS QUE POSSIBILITAM A CONSTRUÇÃO DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Uiliam Nelson Lenzion Tomaz Alves<sup>1</sup>; Nágila Ribeiro de Menezes<sup>1</sup>; Clara Matiko Ueda<sup>2</sup>

**RESUMO:** As ferramentas computacionais são de grande auxílio para o estudo em diversas áreas do conhecimento, especialmente nas ciências exatas. Considerando este cenário, buscou-se com este trabalho ferramentas computacionais gratuitas que amparassem o estudante de cálculo, no conteúdo de integrais duplas e triplas, onde o conhecimento do comportamento de funções de duas variáveis, através de seus gráficos faz-se necessário, apesar de dificultoso. Foram realizadas buscas de softwares adequados à construção de gráficos de funções de duas variáveis, que fossem gratuitos, avaliando-os de acordo com critérios pertinentes à utilização desses softwares por parte do estudante, como facilidade no uso e existência de tutoriais. Dentre os softwares avaliados destacaram-se: MuPad light, Winplot, K3dSurf e o GnuPlot, sendo Winplot e GnuPlot os softwares que apresentaram o melhor desempenho nesta avaliação.

**PALAVRAS-CHAVE:** Ferramentas Computacionais; Gráficos de Função; Softwares Matemáticos Gratuitos.

## 1 INTRODUÇÃO

Cada vez mais a tecnologia participa do processo de aprendizagem, especialmente nas áreas de ciências exatas. Frases introdutórias de livros como “o nosso objetivo é fazer com que os estudantes utilizem aplicativos tecnológicos como ferramentas para resolver problemas” (ANTON; BUSBY, 2006) são comuns de serem encontradas em livros utilizados por cursos dessas áreas.

Autores de livros conceituados de cálculo sugerem o uso de ferramentas gráficas ou sistemas de manipulação algébrica para a resolução de problemas e a realização de descobertas pelo próprio estudante (EDWARDS, 2006).

Dentre os diversos assuntos abordados no ensino de Cálculo Diferencial e Integral, o cálculo de integrais duplas e triplas é um dos conteúdos que apresentam alto grau de dificuldade de entendimento por parte da maioria dos estudantes, devido a dois aspectos: o conhecimento de cálculo diferencial e integral e a construção de gráficos de regiões no plano com suas superfícies no espaço. Para compreender esse conteúdo os alunos precisam ter um bom conhecimento de derivadas e integrais de funções de uma variável real, bem como traçar gráficos de regiões no plano e de sólidos no espaço.

Um dos modos efetivos de visualizar gráficos de função de duas variáveis e, portanto, conhecer o comportamento da função é traçar suas curvas de nível ou seu gráfico (STEWART, 2006). Esses gráficos não são simples de serem produzidos,

---

<sup>1</sup> Acadêmicos do curso de Engenharia de Controle e Automação (Mecatrônica) – CESUMAR, Maringá – PR. Programa de Iniciação Científica do Centro Universitário de Maringá (PICC). [uiliammecatronico@gmail.com](mailto:uiliammecatronico@gmail.com); [nagilaribeiro@gmail.com](mailto:nagilaribeiro@gmail.com)

<sup>2</sup> Orientadora e docente do curso de Engenharia de Controle e Automação (Mecatrônica) – CESUMAR, Maringá – PR. [clara@cesumar.br](mailto:clara@cesumar.br)

demandando do estudante certo grau de abstração e um bom conhecimento de cônicas e quádricas, estudados em Geometria Analítica.

A pesquisa realizada buscou principalmente *softwares* de acesso gratuito que pudessem auxiliar o estudante a obter gráficos de superfícies, suas características e visualizar os limites de integração de integrais triplas, cuja região de integração é um sólido limitado por várias superfícies. Dentre os softwares avaliados destacaram-se: MuPad light, Winplot, K3dSurf e o GnuPlot, sendo Winplot e GnuPlot os softwares que apresentaram o melhor desempenho nesta avaliação.

## 2 MATERIAIS E MÉTODOS

Após a pesquisa bibliográfica, foi feita uma busca de *softwares* com o objetivo de encontrar aqueles de acesso gratuito, capazes de realizar a construção de gráficos tridimensionais a partir de funções implícitas ou explícitas utilizadas no estudo de cálculo.

Os programas foram testados, avaliando-se os seguintes critérios:

- **Interface:** facilidade do usuário na utilização dos menus do programa, explorando todo o potencial do software na construção de gráficos, presença de uma área de ajuda, idioma em que o *software* está disponível para a utilização, presença de tutorial em anexo, site de suporte ao usuário etc.
- **Capacidade em traçar gráficos:** modo de visualização, cores disponíveis para diferenciação entre as superfícies traçadas, presença de *zoom*, capacidade em traçar gráficos a partir de funções explícitas ou implícitas, de movimentação do gráfico utilizando-se o mouse etc.
- **Acesso a tutoriais e ajuda via internet:** existência de materiais para auxílio à utilização do *software*, com o qual o estudante seja capaz de utilizar o aplicativo sozinho.

Dentre os programas avaliados, destacaram-se: MuPad light, K3dSurf Winplot e Gnuplot, sendo estes detalhados na seção resultados e discussão.

## 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

São apresentadas a seguir algumas considerações e conclusões sobre os softwares que se destacaram no processo de avaliação realizado.

### 3.1 MUPAD LIGHT

Este *software* foi encontrado com facilidade na *web* assim como tutoriais para ele, e com esta mesma facilidade pode-se instalá-lo. Contudo é necessário o uso de uma linguagem de programação para a sua utilização.

O programa está em inglês e apresenta ajuda nesse idioma, contendo tutorial em anexo ao programa. Ele traça gráficos a partir de funções explícitas, sobrepõem gráficos de funções e traça gráficos a partir de funções definidas por partes.

A movimentação dos gráficos é feita a partir do teclado na janela onde o gráfico é construído e o *zoom* está disponível na barra de ferramentas da mesma. As cores das superfícies são mudadas por meio da linguagem de programação, o que dificulta a visualização diferenciada das superfícies para quem não tem o domínio desta.

Por sua interface não ser muito amigável a quem tem dificuldade com linguagens de programação, o programa não se encaixa no perfil de *software* procurado neste trabalho, contudo é importante enfatizar que este é um programa que não é focado

somente na construção de gráficos e apresenta uma série de aplicações no estudo do cálculo.

### 3.2 K3DSURF

O K3dSurf é um programa fácil de ser encontrado em vários *sites* da *internet*. Ele apresenta uma interface bastante amigável onde as equações são digitadas em abas escolhidas de acordo com o tipo de equação, permitindo girar os gráficos com o *mouse*.

No próprio programa existem vários exemplos de gráficos de funções, superfícies paramétricas e superfícies descritas por equações implícitas, em um arquivo que é carregado automaticamente quando o K3dSurf é aberto. Os exemplos incluem algumas superfícies citadas na literatura, como a garrafa de Klein e a faixa de Möebius.

O *software* está disponível no idioma inglês e não apresenta ajuda para utilização. Contudo, existe um *site* de ajuda ao uso deste programa: <http://k3dsurf.sourceforge.net> que oferece exemplos, apresenta as funções que se pode trabalhar com o K3dSurf e ensina a traçar algumas superfícies.

Uma das deficiências encontradas no uso desse *software* foi na construção de mais de uma superfície no mesmo gráfico, onde não foi possível diferenciá-las, pois ele não usa cores distintas em superfícies diferentes de um mesmo arquivo.

O desempenho deste *software* não foi melhor devido aos gráficos traçados com ele não serem claros, havendo necessidade de melhorar sua estética, além de não possibilitar que superfícies diferentes recebam cores distintas.

### 3.3 WINPLOT

O Winplot é um programa bastante utilizado para traçar gráficos de funções de duas e de três variáveis, sendo um dos *softwares* livres mais usados como ferramenta no estudo de matemática. Como vários trabalhos já foram realizados com este programa, o material de apoio à utilização do mesmo no ensino é encontrado facilmente.

*Software* facilmente encontrado na *web*, possui interface amigável, sendo simples de usar e instalar, foi traduzido para o português do Brasil, apresentando ajuda simples e objetiva neste mesmo idioma, além de possuir suporte para equações explícitas, implícitas, paramétricas, coordenadas cilíndricas e esféricas.

Além disso, oferece a possibilidade de traçar gráficos de curvas parametrizadas em três dimensões e traçar superfícies de funções definidas por partes. Existe a possibilidade de mudar a cor do gráfico e de mostrar o gráfico em grade ou em espectro.

O uso do teclado, ao invés do *mouse*, para girar e dar zoom no gráfico é uma das deficiências do Winplot, assim como a necessidade de intervalos constantes, nos dois eixos das variáveis independentes, na construção dos gráficos.

O Winplot permite traçar mais de uma superfície em um mesmo arquivo, pode-se traçar o gráfico que mostra a interseção de duas superfícies, a curva dessa interseção e entre superfície e curva; entretanto, uma das superfícies tem que ter uma equação explícita, sendo que a outra pode ser implícita.

Além de traçar gráficos, o Winplot também oferece outros recursos como diferenciar e integrar funções, calcular a área de superfície e fazer animações.

As animações consistem em variar constantes presentes na equação da superfície. Por exemplo, a equação  $z = Ax^2 + By^2$  pode ser um parabolóide circular, elíptico ou hiperbólico de acordo com os valores das constantes A e B, as animações disponibilizadas pelo Winplot possibilitam a visualização do gráfico dessas equações.

Em resumo, apesar de algumas limitações, o Winplot pode ser um recurso significativo no estudo de Cálculo Diferencial e Integral, apresentando boa parte das características essenciais necessárias ao seu uso para o ensino.

### 3.4 GNU PLOT

O aplicativo Gnuplot também é facilmente encontrado em *sites* da *internet* e largamente utilizado em áreas das ciências exatas para a construção de gráficos em duas e três dimensões, a partir de equações ou dados tabelados. Para sua avaliação foi utilizada a apostila produzida pelo professor Maurício Galo (2003), do departamento de cartografia da Universidade Estadual Paulista.

O idioma do software, assim com a ajuda presente nele é o inglês. Porém, como este *software* é bastante utilizado, é fácil encontrar tutoriais sobre ele, inclusive em português.

O Gnuplot utiliza uma linguagem de programação fazendo uso de funções próprias, fato que pode dificultar seu uso, porém, através dessa linguagem é possível detalhar os gráficos nele construídos, acrescentando inclusive as curvas de nível correspondentes ao gráfico.

Nele é possível também representar mais de uma função no mesmo gráfico, ajudando no estudo das interseções entre essas superfícies. A mudança de cor, da escala nos gráficos e dos intervalos em que os gráficos são traçados pode ser feita durante a programação. Ele não apresenta tutorial em anexo, mas possui *site* de suporte contendo vários exemplos (<http://www.gnuplot.info/>).

Apesar da necessidade de uma linguagem de programação para o uso deste aplicativo, ele é um aplicativo dedicado a traçar gráficos e destaca-se pelas possibilidades de edição dos gráficos, como cores, mudança de escalas e construção das curvas de nível na mesma janela em que a superfície é traçada, além da quantidade de material de apoio.

Considerando que o Gnuplot possibilita grande controle do gráfico traçado e, considerando também, que a edição dos gráficos necessita do domínio de funções próprias deste *software*, este aplicativo deve ser usado por usuários que precisam de grande controle do gráfico traçado e que tenham facilidade com linguagens de programação.

A figura 1 apresenta gráficos traçados com esses quatro *softwares*, sendo o item 1 a tela inicial do K3dSurf, o item 2 um gráfico traçado a partir do Gnuplot, os item 3 e 5 gráficos traçados com o Winplot e o item 4 um gráfico traçado com o Mupad light.

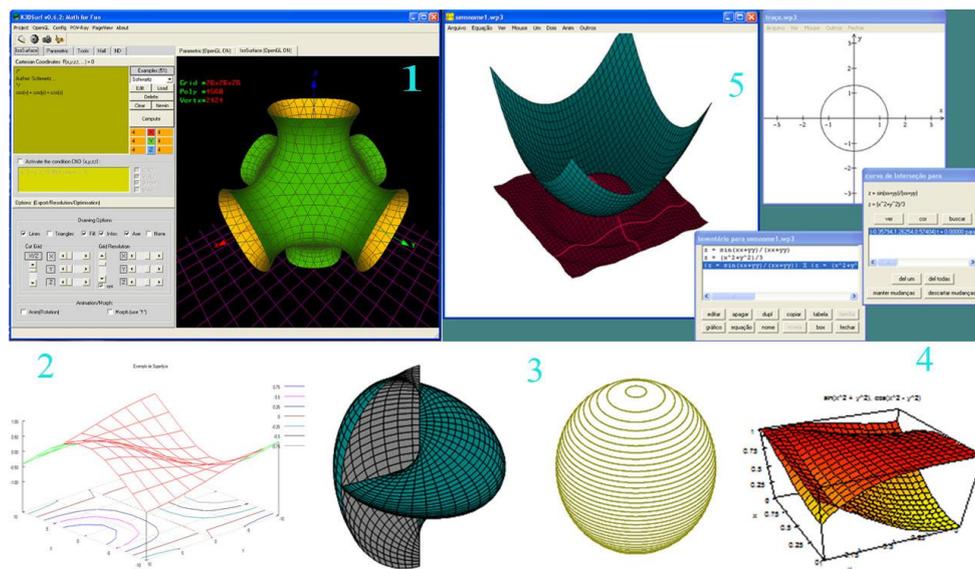


Figura 1 - Gráficos traçados durante o desenvolvimento do estudo

## 4 CONCLUSÃO

Os *softwares* são uma possibilidade de mudança no modo com o qual é realizado o ensino-aprendizagem, não somente em cálculo, mas também em outras áreas do conhecimento.

É preciso bom senso e preparação, para que este instrumento venha possibilitar um aprendizado mais eficiente, tanto da parte dos educadores quanto dos alunos.

Por meio da metodologia empregada, esta pesquisa aponta o *software* WinPlot para o uso dos estudantes em um nível básico no ensino superior, efetuando de forma simples a construção de superfícies tridimensionais, apresentando interface amigável e vários materiais de apoio encontrados na *internet*, além de uma ajuda simples e objetiva disponível no próprio aplicativo.

Para usuários mais avançados que tenham facilidade em lidar com linguagens de programação e/ou que necessitem de um maior detalhamento nas configurações dos gráficos a serem produzidos, aconselha-se o uso do GnuPlot, pois atende a esses requisitos e possibilita um bom detalhamento dos gráficos, além de existir documentação para este *software* na *internet* para auxiliar o usuário.

## REFERÊNCIAS

ANTON, Howard; BUSBY, Robert C. **Álgebra Linear Contemporânea**. Porto Alegre, RS: Bookman, 2006.

EDWARDS, Larson Hostetler. **Cálculo**. 8. ed. São Paulo, SP: McGraw-Hill, 2006. v. 2.

GALO, Maurício. **Introdução ao uso do aplicativo Gnuplot**. 2003. Apostila. Disponível em: <[http://www.ic.uff.br/~otton/software/gnuplot/gnuplot\\_introducao.pdf](http://www.ic.uff.br/~otton/software/gnuplot/gnuplot_introducao.pdf)>. Acesso em: 22 ago. 2009.

K3DSURF. Disponível em: <<http://k3dsurf.sourceforge.net/>>. Acesso em: 15 jun. 2009.

LAUDARES, João Bosco; LACHINI, Jonas. **O Uso do Computador no Ensino de Matemática na Graduação**. Disponível em: <<http://www.anped.org.br/reunioes/23/textos/1931t.PDF>>. Acesso em: 03 maio 2010.

PARRIS, Richard. **Winplot**: versão Windows 95/98/ME/2K/XP/Vista. Software livre, 2009. Arquivo.exe. Disponível em: <<http://www.baixaki.com.br/site/dwnld47430.htm>>. Acesso em: 16 maio 2009.

SCIFACE SOFTWARE GMBH & CO. KG. **MuPad Light, versão 2.5.3**. 2003. Arquivo.exe. Disponível em: <<http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/amem/mupad/index.html>>. Acesso em: 23 maio 2009.

STEWART, James. **Cálculo**. 5. ed. São Paulo, SP: Pioneira Thomson Learning, 2006. v. 2.

TAHA, Abderrahman. **K3dSurf, versão 0.6.2**. Software livre. Arquivo.exe. Disponível em: <<http://www.baixaki.com.br/site/dwnld46929.html>>. Acesso em: 15 jul. 2009.

WILIANS, Thomas et al. **GnuPlot, versão 4.2.3**. Software livre, 2008. Arquivo.zip. Disponível em: <<http://www.baixaki.com.br/download/gnuplot.htm>>. Acesso em: 22 ago. 2009.