



ANÁLISE QUANTITATIVA DE UM PÊNDULO INVERTIDO CONTROLADO POR PID E LÓGICA FUZZY

Adryano Fernandes Resende¹, Jackson Gonçalves Ernesto², Fábio Augusto Gentilin³

^{1,2} Acadêmicos do Curso de Engenharia de Controle e Automação, UNICESUMAR, Maringá-PR. Bolsistas PIBIC/CNPq-UniCesumar. adryano.resende@hotmail.com

³ Orientador, Mestre, Docente dos Cursos de Engenharia Elétrica, Engenharia de Controle e Automação e Automação Industrial, UNICESUMAR

RESUMO

Este projeto tem como objetivo apresentar um estudo comparativo de métodos de controles avançados usando lógica Fuzzy e controle PID usados para controlar um sistema instável tipo pêndulo invertido. Para tanto, foi utilizado o Simulink® do Matlab® para simulação do processo e apresentação dos resultados. Foi comprovada a eficácia dos controladores propostos no controle do sistema de pêndulo invertido, tendo o controlador por lógica Fuzzy se destacado por realizar um controle multivariável.

PALAVRAS-CHAVE: Controle PID; Fuzzy; Lógica Difusa; Pêndulo Invertido.

1 INTRODUÇÃO

O pêndulo invertido trata-se de um sistema não-linear e instável sendo, portanto, um sistema interessante para estudos de controle e por esse motivo aparece frequentemente nos livros dedicados a sistemas de controle moderno (OGATA, 2011; DORF; BISHOP, 2009). Ele é composto por uma haste, com um grau de liberdade, presa a uma base móvel, um sensor que consiga indicar a posição da haste e um atuador capaz de mover a base móvel.

O intuito do sistema é manter a haste na posição vertical, onde sua ponta livre deve estar voltada para cima, de modo que a movimentação da base consiga compensar a da haste, devido a instabilidade do sistema ou devido a perturbações do meio, mantendo-a na posição vertical. Em busca da melhor estratégia de controle para esse sistema, foi estudados os métodos de controle por ação PID e por lógica Fuzzy.

2 MATERIAIS E MÉTODOS

O primeiro passo é obtenção de um modelo matemático capaz de descrever o sistema, para isso foi levantadas as forças que influenciam o sistema, como por exemplo o peso do pêndulo. Após trabalhou-se com o intuito da obtenção de sua função de transferência, ou seja, uma representação matemática da relação entre a saída e a entrada do sistema. Com a obtenção da função de transferência iniciou-se a aplicação das técnicas de controle. A primeira técnica de controle estudada e aplicada foi a ação de controle PID. Em seguida estudado e aplicado o sistema de controle por lógica Fuzzy, também chamado de lógica difusa. Através do Matlab® e do Simulink® o simulou os dois sistemas.



2.1 MODELAGEM

De acordo com o Barbosa (2004), modelagem é conceituada como a aplicação de matemática em outras áreas do conhecimento. Abaixo, a **Figura 1** mostra a representação gráfica de um pêndulo invertido.

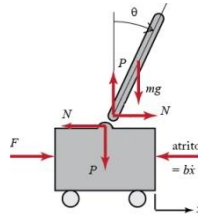


Figura 1 - Pêndulo Invertido
Fonte: Autor, 2016

2.1.1 A Haste

A Figura 2 mostra os vetores: P = forças referente ao eixo vertical; N = forças referente ao eixo horizontal; e mg = força peso do pêndulo.

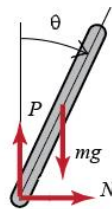


Figura 2 - Haste do Pêndulo
Fonte: AUTOR, 2016

As equações de posição do pêndulo nos eixos horizontal e vertical foram derivadas duas vezes para obter-se as acelerações dos eixos horizontal e vertical respectivamente conforme as equações abaixo.

$$\frac{4m\ell}{3}\ddot{\theta} - mg\sin(\theta) = m\ddot{x}\cos(\theta) \quad (1)$$

2.1.2 A Base Móvel

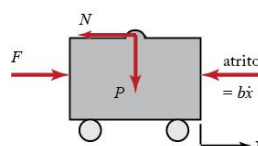


Figura 3 - Base Móvel
Fonte: AUTOR, 2016



Através da somatória de forças no eixo horizontal tem-se a equação (2) que descreve as forças que atuam na base móvel, como mostrado abaixo:

$$F = (M + m)\ddot{x} + b\dot{x} - m\ell \cos(\theta) \ddot{\theta} + m\ell \sin(\theta) \dot{\theta}^2 \quad (2)$$

2.1 FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

Como a função de transferência representa a relação entre uma única entrada e uma única saída por vez, desta forma abaixo é mostrado a função de transferência que relaciona a força e o ângulo, e outra que relaciona a força e a posição da base.

$$\frac{\theta(s)}{F(s)} = \frac{s}{(0,34)s^3 + (0,04)s^2 - (2,13)s - (0,98)} \quad (3)$$

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{\left(\frac{4\ell}{3}\right)s^2 - (g)}{(m\ell)s^4 + \left(\frac{4\ell(M+m)}{3}\right)s^3 + \left(\frac{4\ell b}{3}\right)s^2 - (g)s^2 - (bg)s} \quad (4)$$

2.2 CONTROLADOR FUZZY

O modelo Fuzzy adotado foi o proposto por Takagi, Sugeno e Kang devido à eficiência computacional, ao bom funcionamento com técnicas lineares (ex. controle PID), de otimização e adaptação, à continuidade na superfície da saída e por ser adequado para análises matemáticas (MathWorks, 2015).

Para a utilização do controlador Fuzzy deve-se definir um conjunto de entradas, saídas e regras.

As quatro entradas do controlador Fuzzy foram definidas seguindo o modelo da seguinte função de pertinência:

$$mf1 = f(x) = \frac{1}{1 + \left(\frac{x + 0.3}{0.3}\right)^4} \quad (5)$$

Já as 16 saídas (out) que representam a força a ser aplicada na base do pêndulo são descritas pelo seguinte modelo de função:

$$out = [41.37 \ 10.03 \ 3.162 \ 4.288]x + 0.3386 \quad (6)$$

O método “and” escolhido foi por produto, e o conjunto de regras está descrito como modelo a seguir:

$$\text{If}(in1 \text{ is } in1mf1) \text{ and } (in2 \text{ is } in2mf1) \text{ and } (in3 \text{ is } in3mf1) \\ \text{and } (in4 \text{ is } in4mf1) \text{ then } (out \text{ is } outmf1) \quad (7)$$



2.3 CONTROLADOR PID

Durante o projeto foi observado que apenas um controlador PID não seria eficaz no controle do ângulo do pêndulo e posição da base, a partir disso foram inseridos dois controladores PID's isolados no projeto de acordo com a Figura 4.

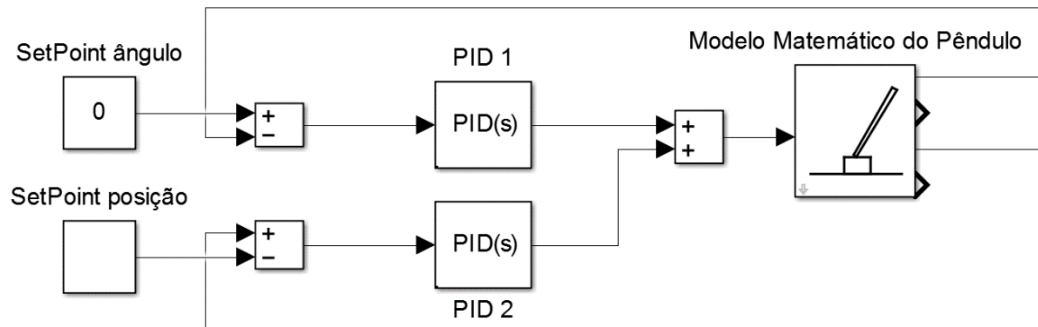


Figura 4 - Design do Controlador PID
Fonte: AUTOR, 2016

O controlador PID 1 é o responsável por manter controle do ângulo da haste do pêndulo invertido, enquanto o controlador PID 2 trabalha o controle da posição da base. Suas saídas, que são quantias de força a serem aplicadas na base do pêndulo, são somadas e, só então, aplicadas no sistema de fato.

Os ganhos utilizados foram:

No controlador PID 1: $k_p = -1450$; $k_i = -7300$; $k_d = -60$.

No controlador PID 2: $k_p = 450$; $k_i = 10$; $k_d = -220$.

Esses ganhos foram definidos de maneira iterativa, por tentativa e erro, até se obter ganhos que estabilizassem o sistema.

2.4 SIMULAÇÃO PELO SIMULINK®

A Figura 5 descreve o posicionamento e a função dos principais blocos utilizados na simulação realizada pelo Simulink®

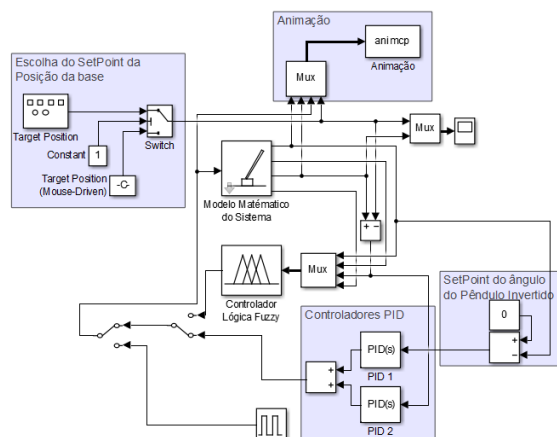


Figura 5 - Modelo Usado Para Simulação
Fonte: AUTOR, 2016



3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

O gráfico da Figura 6 demonstra a resposta no controle da posição da haste do pêndulo invertido. Pode-se constatar que o controlador Fuzzy possui um menor máximo de ultrapassagem (aproximadamente 13,64% menor), porém o controlador PID possui um menor tempo de pico (20% menor) e um tempo de assentamento menor (5,17% menor).

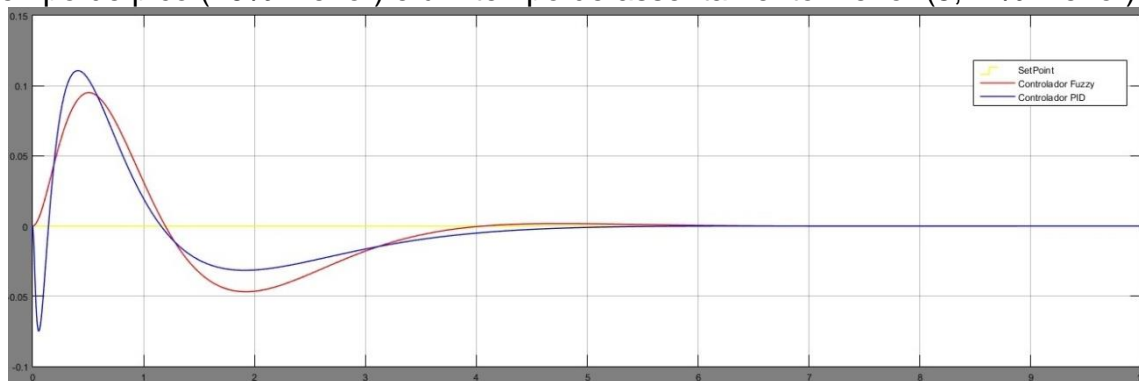


Figura 6 - Controle do Ângulo da Haste do Pêndulo Invertido
Fonte: AUTOR, 2016

O gráfico da Figura 7 demonstra a resposta no controle da posição da base do pêndulo.

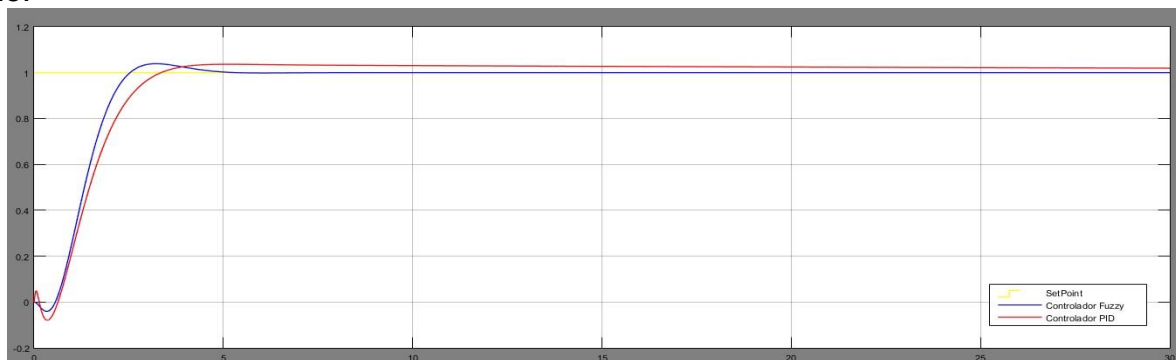


Figura 7 - Controle da Posição da Base do Pêndulo Invertido
Fonte: AUTOR, 2016

A Figura 8 é uma ampliação da Figura 7, para melhor análise do tempo de assentamento.

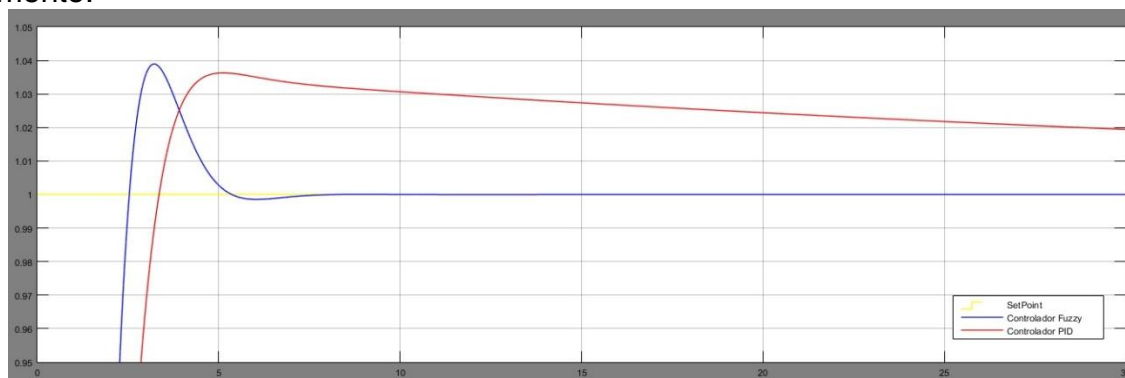


Figura 8 - Controle da Posição da Base do Pêndulo Invertido
Fonte: AUTOR, 2016



Na Figura 8 é possível observar que a resposta do controlador Fuzzy possui um tempo de pico menor (37,25% menor), tempo de assentamento menor (85,52% menor) e um tempo de subida menor (27,5% menor). O PID apresenta melhor desempenho apenas no máximo de ultrapassagem (6,98% menor).

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Comparando a resposta de ambos controladores, PID e Fuzzy, pode-se concluir que os controladores são eficazes no controle da posição do base e do ângulo da haste do sistema de pêndulo invertido. Apesar do controlador PID ter apresentado melhor desempenho no controle da posição da haste do pêndulo, o seu desempenho no controle da posição da base do pêndulo foi muito ineficaz quando comparado ao controlador Fuzzy. Isso se deve ao fato de ambos controladores PID (controle da posição da haste e controle da posição da base) estarem isolados entre si, e portanto, um controlador influencia na resposta do outro, enquanto o controlador por lógica Fuzzy, por realizar um controle multivariável, não possui influência de controladores externos.

REFERÊNCIAS

- DORF, R.; BISHOP, R. H. **Sistemas de controle moderno**. 11. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009. 752 p.
- FORBELLONE, A. L. V. e EBERSPACHER, H. F. **Lógica de Programação – A Construção de Algoritmos e Estrutura de Dados**. 2ª Edição. Makron Books. 2000
- GUTNIK, B.; MACKIE, H.; HUDSON, G.; STANDEN, C. **How close to a pendulum is human upper limb movement during walking?** Journal of Comparative Human Biology, Auckland, New Zealand, v. 56, p. 35–49, 2005.
- MARRO, A. A.; SOUZA, A.; CAVALCANTE, E.; Bezerra, G. S.; NUNES, R. (2010). **Lógica Fuzzy: conceitos e aplicações**. Departamento de Informática e Matemática Aplicada (dimap), Universidade Federal do Rio Grande do Norte (ufrn), Natal – Rn. Disponível em: <http://aquilesburlamaqui.wdfiles.com/local--files/logica-aplicada-a-computacao/texto_fuzzy.pdf>. Acesso em: 10 abr. 2015.
- OGATA, Katsuhiko. **Engenharia de Controle Moderno**. 5. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2011.
- REGINATTO, Romeu. **Sistemas de Controle Evolução Histórica**. 2013. Disponível em: <http://www.foz.unioeste.br/~romeu/CIP/2_Aula-Historico-Hierarquia-handout.pdf>. Acesso em: 28 abr. 2014.
- VASCONCELOS, Vinicius Belmuds; ALMEIDA, Gustavo Maia; CUADROS, Marco Antônio de Souza Leite; AMARAL, Rogério Passos Pereira. **CONTROLE DE UM SISTEMA PÊNDULO INVERTIDO USANDO CONTROLADORES INTELIGENTES**. 2014. 12 f. TCC (Graduação) - Curso de Automação Industrial, Departamento de Coordenadoria de Automação Industrial, Instituto Federal do Espírito Santo, Serra – Espírito Santo, 2012. Disponível em: <<http://www.abenge.org.br/CobengeAnteriores/2012/artigos/103893.pdf>>. Acesso em: 07 abr. 2014.



WAGNER, Adiléa. Extração de Conhecimento a partir de Redes Neurais aplicada ao problema da Cinemática Inversa na Robótica. Universidade do Vale do Rio dos Sinos, 2003.

ZADEH, L. A. “Fuzzy Sets, Information and Control”, 1965, 8, pp.28-45.